

広島大学大学院先進理工系科学研究科

量子物質科学プログラム

博士課程前期 入学試験問題

基礎科目

2022年1月28日 9:00～10:30

注意事項

(1) 以下の6枚の用紙が配付されている。

問題用紙（表紙を含む） 2枚

解答用紙 3枚

下書用紙 1枚

(2) 問題は全部で3問あり，[1]，[2]，[3]の番号で示してある。

(3) 問題ごとに一枚ずつ別々の解答用紙を用いよ。それぞれの解答用紙の左肩に問題番号を記入すること。紙面が不足した場合は裏面を用いてよい。

(4) 解答用紙及び下書用紙に受験番号を記入せよ。

(5) 試験終了後，解答用紙及び下書用紙を提出すること。問題用紙は持ち帰ること。

試験科目	基礎科目
------	------

[1] (1) 関数 $f(x) = \arctan(x)$ の導関数 $f'(x)$ を x の関数として表せ.

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = 0$$

の解 $y(x)$ のうち, $x = \pi$ で $y = 1$ となるものを求めよ. $\pi/2 < x < 3\pi/2$ とする.

(3) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$$

の解 $y(x)$ のうち, $x = 0$ で $y = 0$ となるものを, 全て求めよ.

[2] (1) 3×3 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

について考える.

(a) A の行列式とトレース ($\text{Tr}[A]$) を求めよ

(b) A の逆行列を求めよ.

(2) 2×2 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ の固有値と規格化された固有ベクトルの組を全て求めよ.
ただし, $a > 0$, $b > 0$ とする.

[3] 地点 (x, y) の地面の高さ $h(x, y)$ が $h(x, y) = \cos x + \cos y$ で与えられる地形がある.
 x 軸と y 軸は水平面内で直交している. $5\pi/4 \geq x \geq -\pi/4$, $5\pi/4 \geq y \geq -\pi/4$ とする.
次の問いに答えよ.

(1) 地面が水平になる地点の座標を全て求めよ.

(2) (1) で求めた地点の任意の一つを (x_0, y_0) とし, $\delta x \equiv x - x_0$, $\delta y \equiv y - y_0$ を定義する.
 δx , δy が小さいとき, h を表す式を δx と δy の 2 次の項まで求めよ.

(3) 高さが極小の点 (谷底) に相当する点と, 高さが極大の点 (頂上) に相当する点を指摘せよ.
考え方も記せ.

(4) 地面の傾きが最大となる点を求めよ.