

広島大学大学院先進理工系科学研究科

量子物質科学プログラム

量子物質科学プログラム

基礎科目

2021年1月28日 9:00~10:30

注意事項

(1) 以下の6枚の用紙が配付されている。

問題用紙 (表紙を含む) 2枚

解答用紙 3枚

下書用紙 1枚

(2) 問題は全部で3問あり, [1], [2], [3] の番号で示してある。

(3) 問題ごとに一枚ずつ別々の解答用紙を用いよ。それぞれの解答用紙の左肩に問題番号を記入すること。紙面が不足した場合は裏面を用いてよい。

(4) 解答用紙に受験番号を記入せよ。

(5) 試験終了後、解答用紙を提出すること。問題用紙及び下書用紙は持ち帰ること。

試験科目	基礎科目
------	------

1 $y = y(x)$ に関する微分方程式 $y'' - 5y' + 6y = 0$ について、

- (a) 線形独立な基本解を全て求めよ。
- (b) 一般解を示せ。
- (c) 初期条件 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ を満たす解を求めよ。

(2) $y'' - 5y' + 6y = e^x$ の場合について、

- (a) 特解 $y = y_0(x)$ を求めよ。
- (b) 一般解を示せ。

[2] 次の間に答えよ。

(1) 次の $n \times n$ 行列の行列式を求めよ。ただし、この行列の非対角成分は全て1である。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 3 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n \end{bmatrix}$$

(2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ とする。

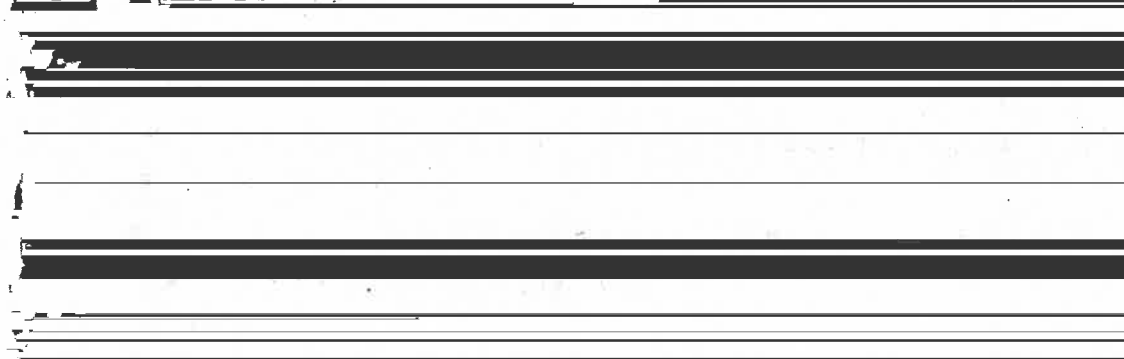
- (a) 行列 A の固有値、および規格化された固有ベクトルをすべて求めよ。
- (b) 行列 A を対角化する実直交行列 V を求めよ。
- (c) (a)および(b)の結果を用いて、二次形式

$$Q = x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz = [x, y, z]A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

を標準形にせよ。

[3] ベクトル場 $A(\mathbf{r}) = (-y, x, 0)$ について以下の間に答えよ。ここで $\mathbf{r} = (x, y, z)$ である。

(1) 以下に示す8点において、 A の向きと大きさを図示せよ。



$(\sqrt{2}, 0, 0), (1, 1, 0), (0, \sqrt{2}, 0), (-1, 1, 0), (-\sqrt{2}, 0, 0), (-1, -1, 0), (0, -\sqrt{2}, 0), (1, -1, 0).$